

DE LA RECHERCHE À L'INDUSTRIE



AJUSTEMENT DE LOIS DE COMPORTEMENT ELASTOPLASTIQUE

Encadrement : Gabriel Seisson

www.cea.fr

Marie Maligot

CONTENTS



1. Introduction

2. Quelques notions de mécanique

Qu'est-ce qu'une loi de comportement?

Parties sphérique et déviatorique de $\underline{\underline{\sigma}}$

Contrainte scalaire

3. Traitement des données expérimentales

Courbe contrainte-déformation

Influence de T et $\dot{\epsilon}$

Base de données vs informations à extrapoler

4. Calage d'un modèle élastoplastique

Modèle de Preston Tonks Wallace

Méthodologie

Instabilités de Rayleigh Taylor

CaLiXt

5. Conclusion

- Modéliser le comportement élasto-plastique du matériau dans un domaine observable et simple
 - ⇒ Données expérimentales disponibles pour des essais quasi-statiques et faiblement dynamiques

- Etre capable de l'extrapoler dans un domaine qui n'est pas observable et complexe car dans des conditions extrêmes de pression, température, déformation et vitesse de déformation
 - ⇒ Nécessite d'être prédictif

CONTENTS



1. Introduction

2. Quelques notions de mécanique

Qu'est-ce qu'une loi de comportement?

Parties sphérique et déviatorique de $\underline{\underline{\sigma}}$

Contrainte scalaire

3. Traitement des données expérimentales

Courbe contrainte-déformation

Influence de T et $\dot{\epsilon}$

Base de données vs informations à extrapoler

4. Calage d'un modèle élastoplastique

Modèle de Preston Tonks Wallace

Méthodologie

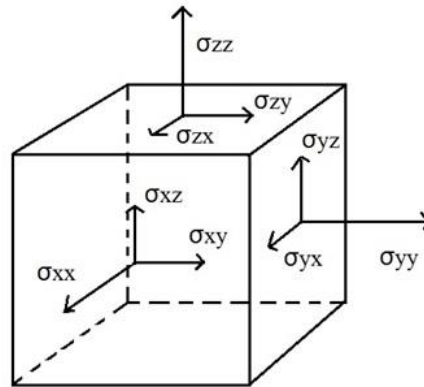
Instabilités de Rayleigh Taylor

CaLiXt

5. Conclusion

QU'EST-CE QU'UNE LOI DE COMPORTEMENT ?

- 2 solides soumis aux mêmes efforts extérieurs ne se déforment pas de manière identique : dépend des matériaux considérés : loi de comportement
- Tenseur des contraintes $\underline{\underline{\sigma}}$ (en MPa)



$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} & \sigma_{yz} & \sigma_{zz} \end{pmatrix}$$

- Conservation du moment dynamique $\Rightarrow$ symétrie de $\underline{\underline{\sigma}} \Rightarrow$ 6 dimensions, et matrice diagonalisable dans un « repère principal »
- Si contraintes principales identiques = état de contrainte « sphérique », cas du solide au repos
- Sinon, cisaillement = partie déviatorique, cas d'un écoulement

PARTIES SPHERIQUE ET DEVIATORIQUE DU TENSEUR DES CONTRAINTES

$$\underline{\underline{\sigma}} = \text{partie sphérique} + \text{partie déviatorique}$$

$$\underline{\underline{\sigma}} = -p \cdot \underline{\underline{I}} + \underline{\underline{\sigma}}^D$$

$$\text{où } p = -\frac{1}{3} \text{Tr}(\underline{\underline{\sigma}})$$

■ Partie sphérique :

■ équation d'état (EOS) : $f(P, V, E)$

■ Partie déviatorique :

■ loi de comportement élasto-plastique : $f(\dot{\varepsilon}, \varepsilon, T, P)$

■ Tenseur des contraintes $\underline{\underline{\sigma}}$ → scalaire « contrainte équivalente » σ_e

■ Contrainte de Von Mises:

Exprimée dans le repère principal	Exprimée en fonction du déviateur
$\sigma_e = \sqrt{\frac{1}{2} \cdot [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2]}$	$\sigma_e = \sqrt{\frac{3}{2} \cdot s_{ij}s_{ij}}$

■ Loi phénoménologique : essais

■ Cas particulier de la contrainte uniaxiale : la contrainte équivalente EST la contrainte

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{pmatrix} \sigma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \sigma/3 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma/3 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma/3 \end{pmatrix}}_{-p \cdot \underline{\underline{I}}} + \underbrace{\begin{pmatrix} 2\sigma/3 & 0 & 0 \\ 0 & -\sigma/3 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma/3 \end{pmatrix}}_{\underline{\underline{\sigma^D}}}$$

$$\sigma_e = \sqrt{\frac{3}{2} \cdot \left(\frac{4}{9} \sigma^2 + \frac{1}{9} \sigma^2 + \frac{1}{9} \sigma^2 \right)} = \sigma$$

■ Généralisation au cas 3D

CONTENTS



1. Introduction

2. Quelques notions de mécanique

Qu'est-ce qu'une loi de comportement?

Parties sphérique et déviatorique de $\underline{\underline{\sigma}}$

Contrainte scalaire

3. Traitement des données expérimentales

Courbe contrainte-déformation

Influence de T et $\dot{\epsilon}$

Base de données vs informations à extrapoler

4. Calage d'un modèle élastoplastique

Modèle de Preston Tonks Wallace

Méthodologie

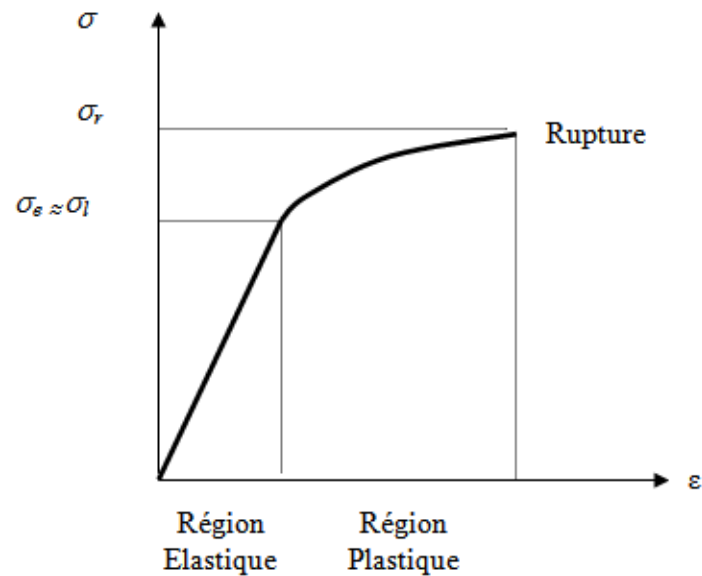
Instabilités de Rayleigh Taylor

CaLiXt

5. Conclusion

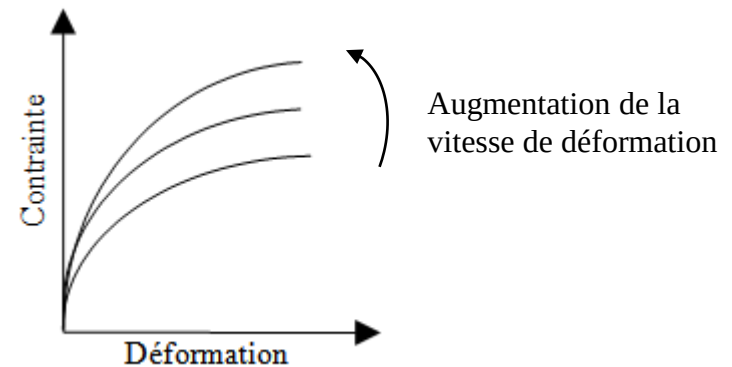
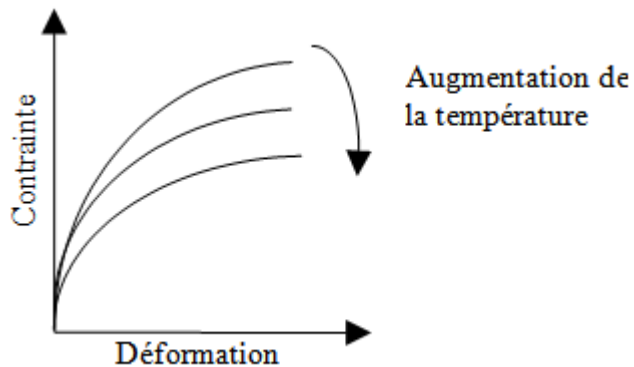
COURBE CONTRAINTE-DEFORMATION

- Contrainte : effort normalisé à la surface (homogène à une pression)
- Déformation : allongement relatif



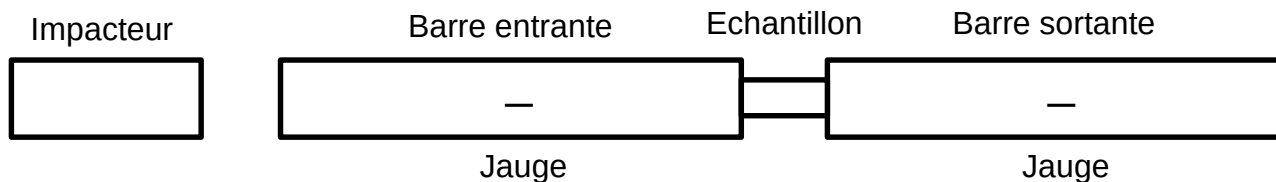
- Matériau = ressort $\Rightarrow$ « élasticité » (// loi de Hooke)
- Au-delà d'un certain niveau de déformation, irréversibilité : « plasticité »
- Finit par casser

- La température adoucit le matériau
- La vitesse de déformation durcit le matériau

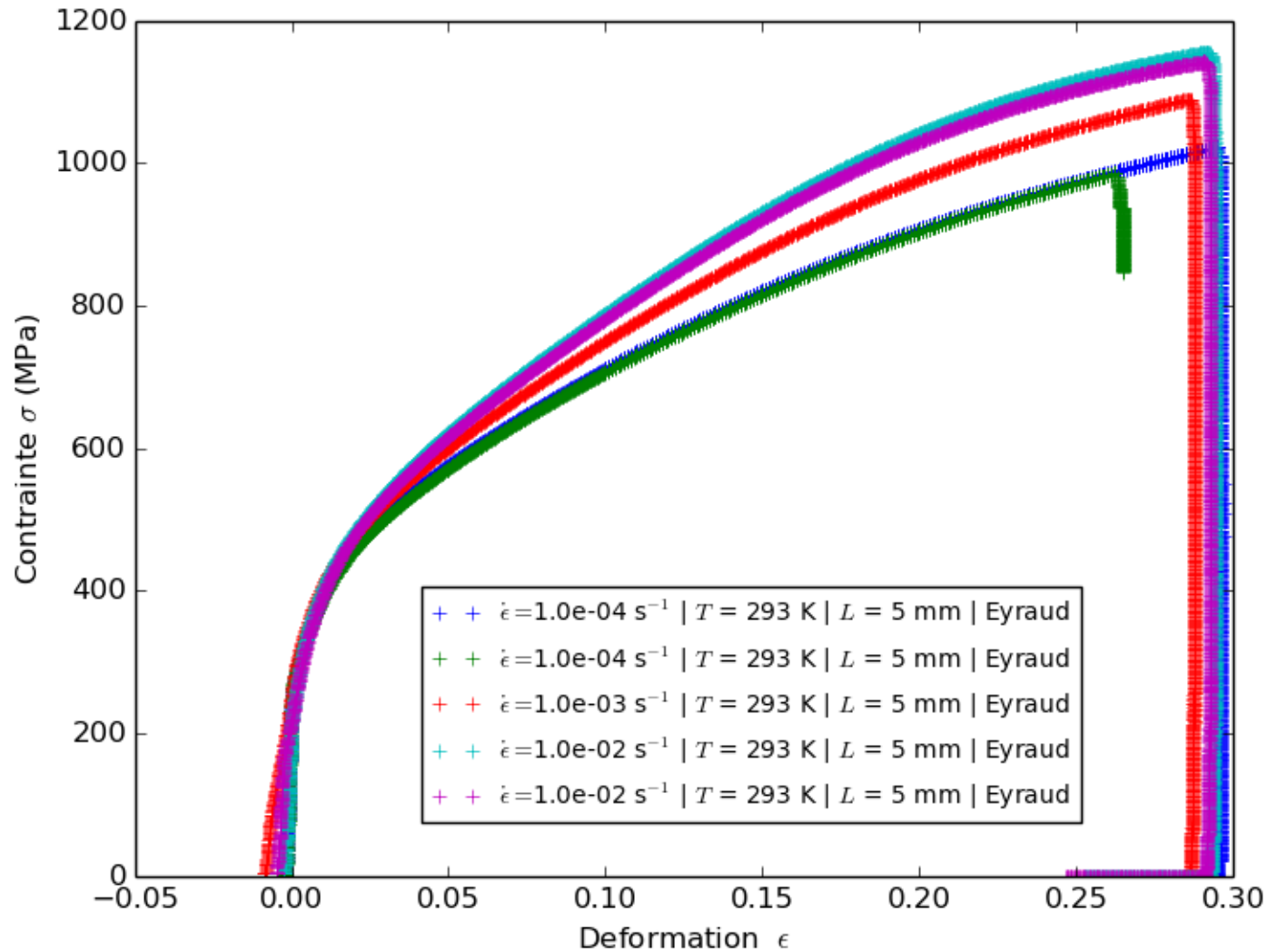


⇒ Compétition entre T et $\dot{\epsilon}$

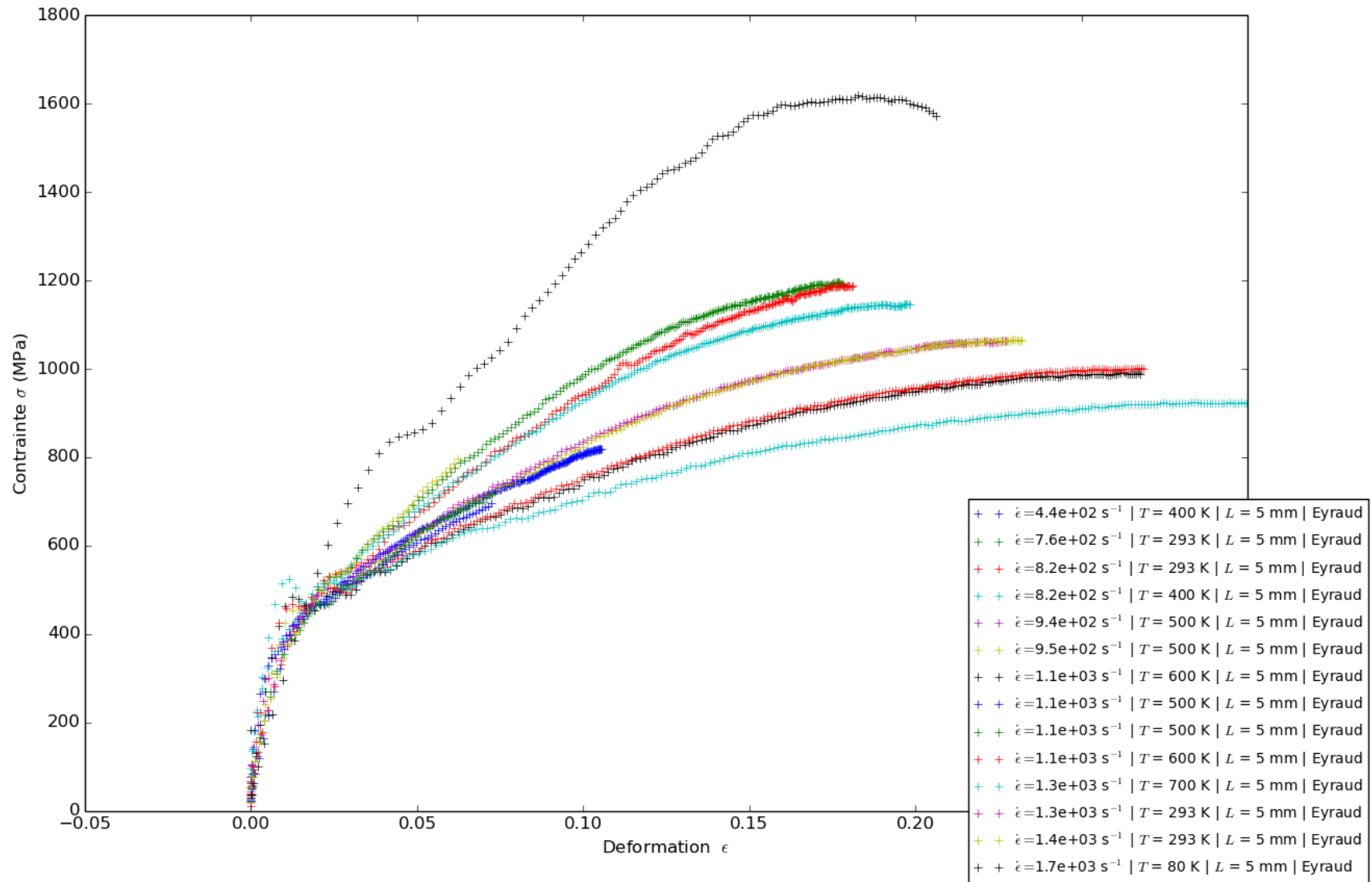
- Equivalence temps-température : essais froids pour simuler de grandes vitesses de déformation
- Essais de calage:
 - Quasi-statiques : petit échantillon comprimé à faible vitesse constante, mesure de l'allongement relatif en fonction de la charge appliquée
 - Faiblement dynamiques (barres d'Hopkinson) :



	$\epsilon_{max} (-)$	$\dot{\epsilon} (s^{-1})$	$T (K)$	P
Essai quasistatique	20% → 50%	$1.10^{-4} - 2$	293 – 673	
Barres d'Hopkinson	10% → 25%	443 – 3500	77 – 700	
Extrapolation à	> 100%	> 10^4	400 – 800	<i>qq 10GPa</i>



BARRES D'HOPKINSON



CONTENTS

1. Introduction

2. Quelques notions de mécanique

Qu'est-ce qu'une loi de comportement?

Parties sphérique et déviatorique de $\underline{\underline{\sigma}}$

Contrainte scalaire

3. Traitement des données expérimentales

Courbe contrainte-déformation

Influence de T et $\dot{\epsilon}$

Base de données vs informations à extrapoler



4. Calage d'un modèle élastoplastique

Modèle de Preston Tonks Wallace

Méthodologie

Instabilités de Rayleigh Taylor

CaLiXt

5. Conclusion

MODÈLE ÉLASTOPLASTIQUE : PRESTON TONKS WALLACE

■ Modèle semi-empirique

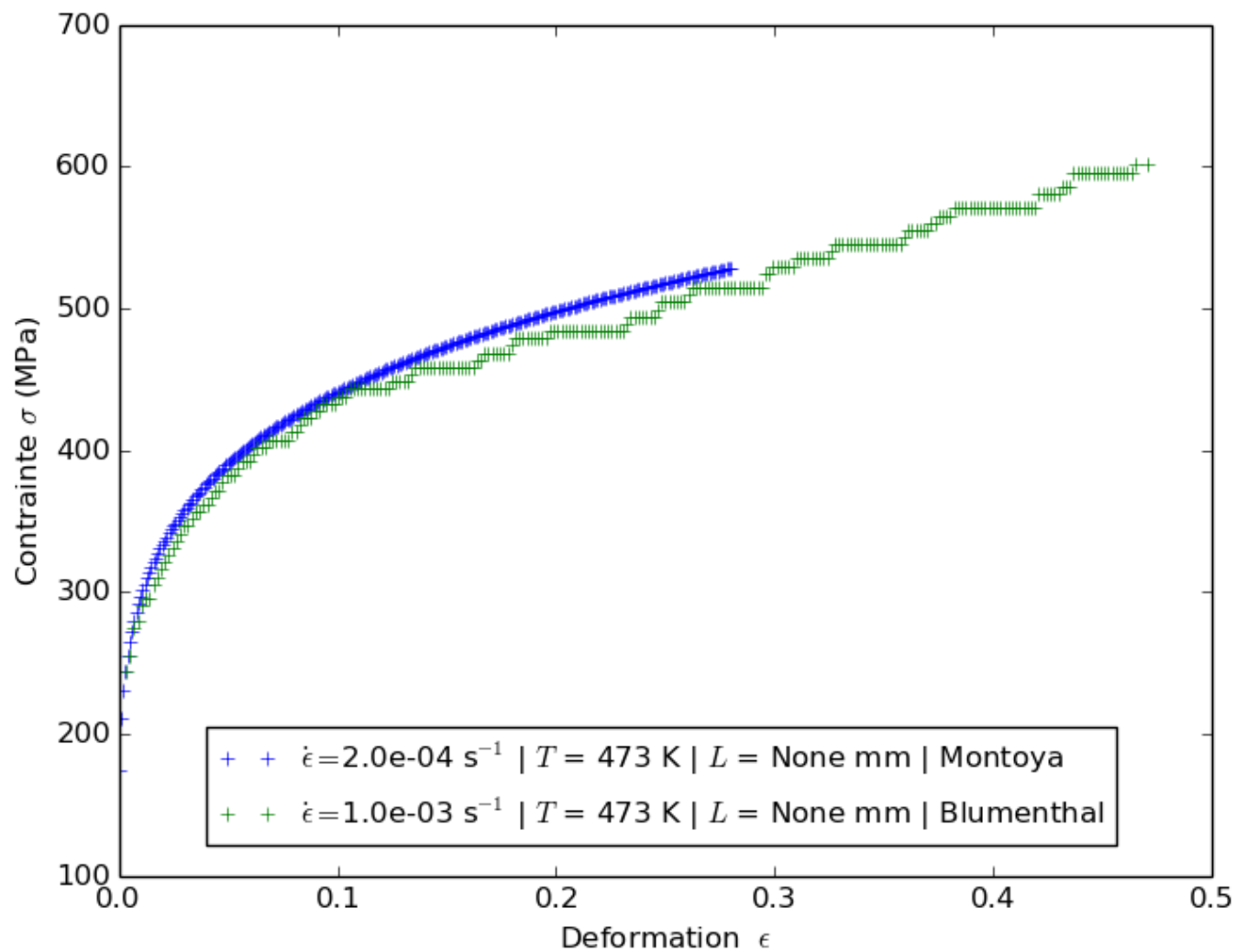
- Repose sur des données expérimentales
- Se base sur des considérations physiques (structure cristalline, mécanismes microscopiques de déformation plastique)
- Permet d'extrapoler vers la contrainte de saturation

■ Présupposés PTW

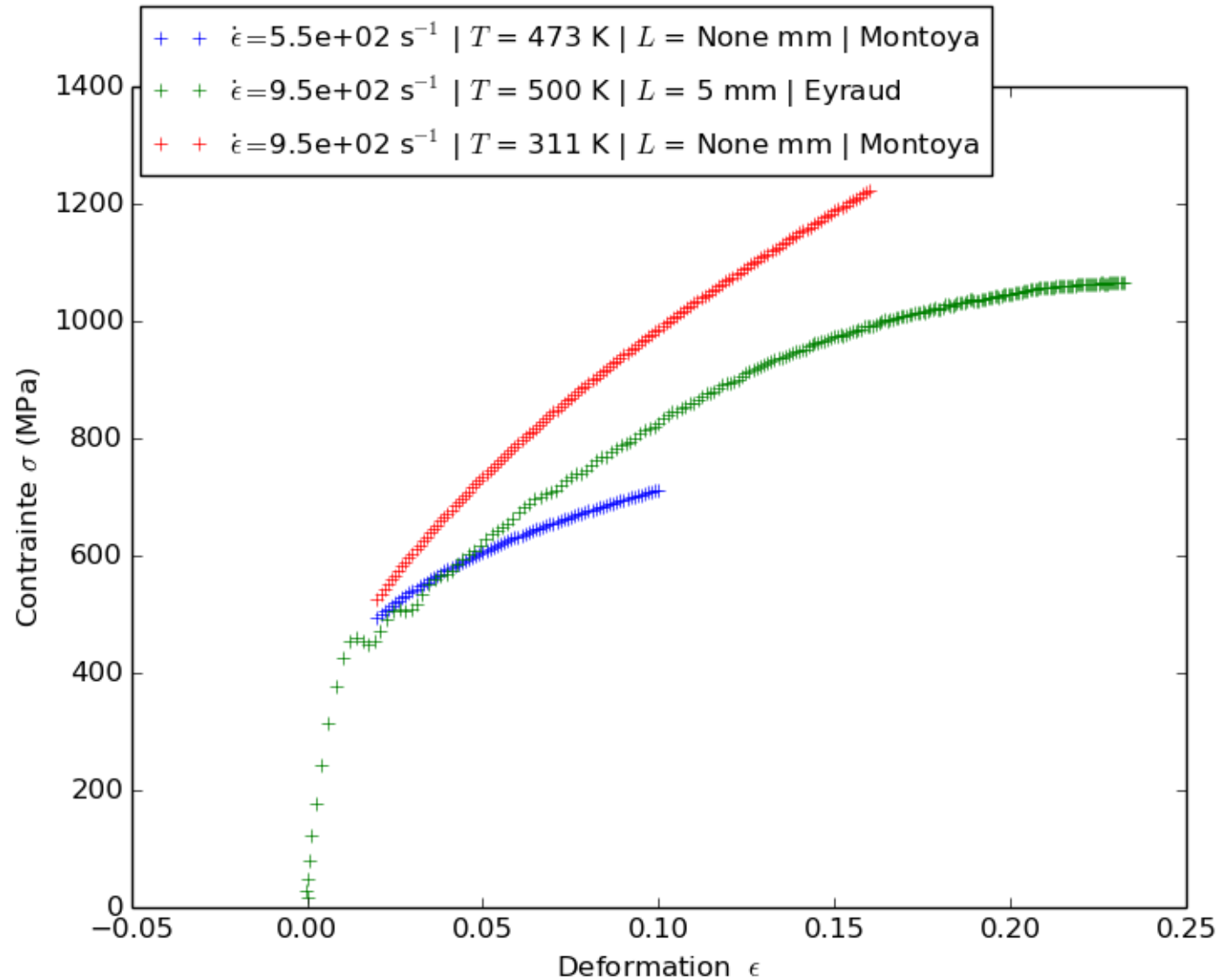
- Existence d'un palier athermique : à T suffisamment élevée, σ ne dépend plus ni de T ni de $\dot{\varepsilon}$
- Mécanisme thermiquement activé aux vitesses de déformation moyennes : influence conjointe de T et $\dot{\varepsilon}$
- Trainage visqueux : aux temps très courts, augmentation accrue de σ avec $\dot{\varepsilon}$ sans influence de T

■ $\sigma = f(\dot{\varepsilon}, \varepsilon, T, P)$

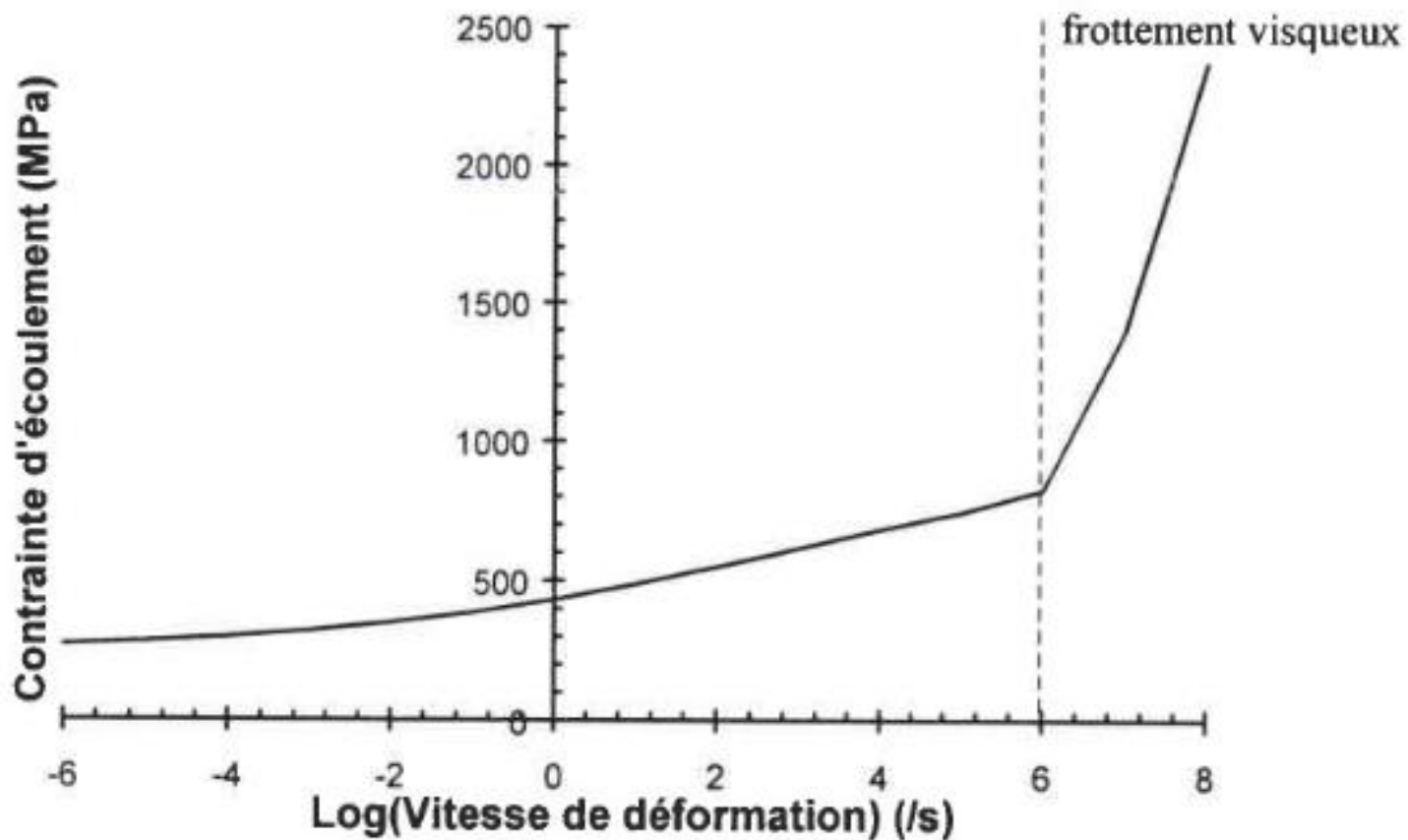
- 4 variables : $(\dot{\varepsilon}, \varepsilon, T, P)$
- 10 paramètres à ajuster : $(s_0, s_\infty, y_0, y_\infty, \theta, \gamma, \tau_G, p, \beta, z_1)$



ZONE THERMIQUEMENT ACTIVEE



TRAINAGE VISQUEUX



MODÈLE ÉLASTOPLASTIQUE : PRESTON TONKS WALLACE

■ Modèle semi-empirique

- Repose sur des données expérimentales
- Se base sur des considérations physiques (structure cristalline, mécanismes microscopiques de déformation plastique)
- Permet d'extrapoler vers la contrainte de saturation

■ Présupposés PTW

- Existence d'un palier athermique : à T suffisamment élevée, σ ne dépend plus ni de T ni de $\dot{\varepsilon}$
- Mécanisme thermiquement activé aux vitesses de déformation moyennes : influence conjointe de T et $\dot{\varepsilon}$
- Trainage visqueux : aux temps très courts, augmentation accrue de σ avec $\dot{\varepsilon}$ sans influence de T

■ $\sigma = f(\dot{\varepsilon}, \varepsilon, T, P)$

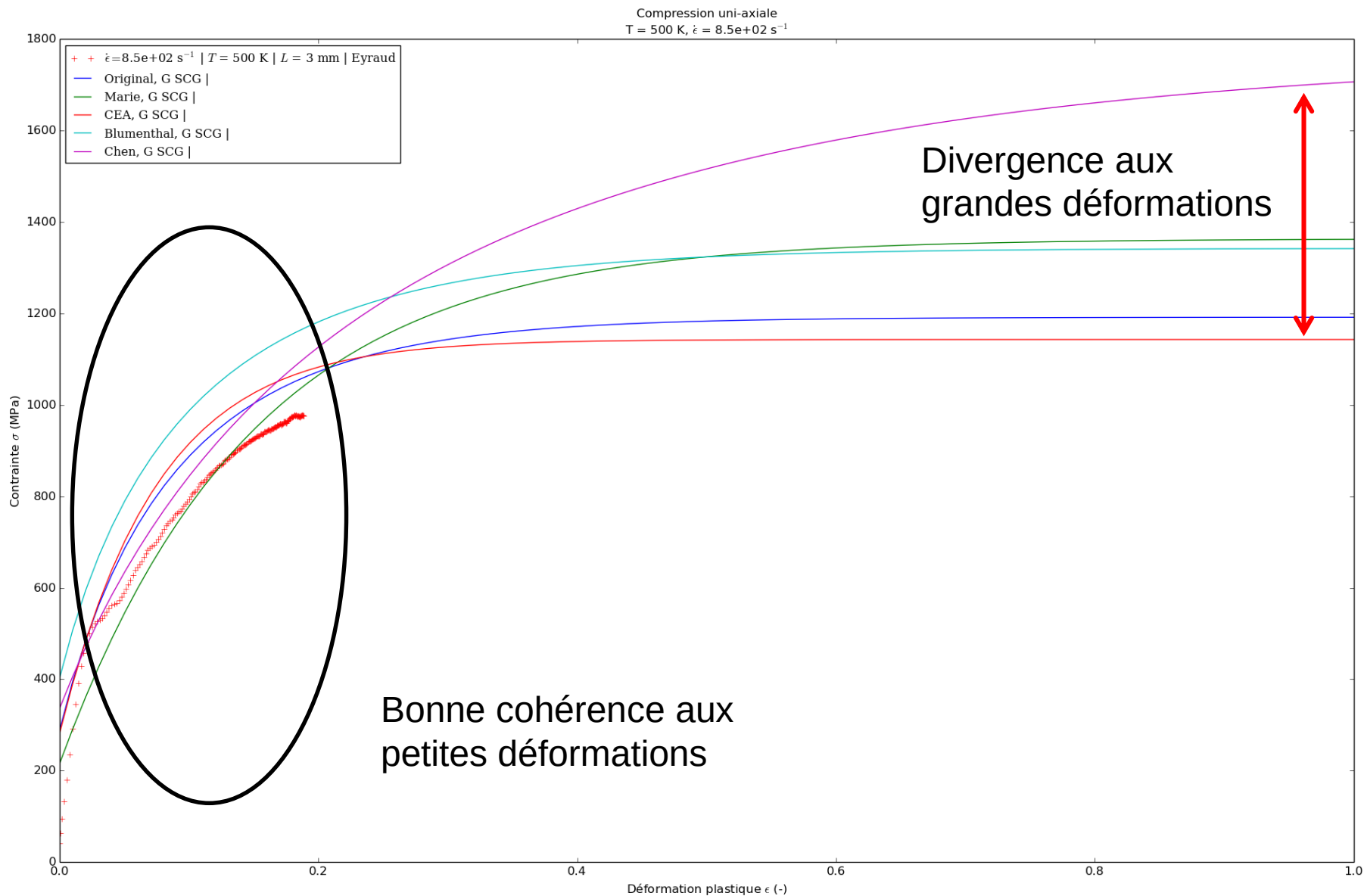
- 4 variables : $(\dot{\varepsilon}, \varepsilon, T, P)$
- 10 paramètres à ajuster : $(s_0, s_\infty, y_0, y_\infty, \theta, \gamma, \tau_G, p, \beta, z_1)$

- Détermination des paramètres en tenant compte des incertitudes liées au traitement (hypothèses posées, extrapolation, ...)
 - Obtention d'un point d'initialisation

- Comparaison à la littérature et encadrement des paramètres
 - Cas d'optimisation à paramètres bornés
 - Problème : plusieurs jeux de paramètres fournissent des écarts non significatifs à faible déformation et faible vitesse mais divergent fortement dans le domaine non observable
 - Besoin de données supplémentaires pour choisir : Rayleigh-Taylor (IRT)

- Utilisation d'un résultat d'expérience plus complexe pour contraindre l'extrapolation
 - Optimisation (=minimisation d'erreur) sous contrainte d'égalité

IMPACT DES JEUX DE PARAMETRES

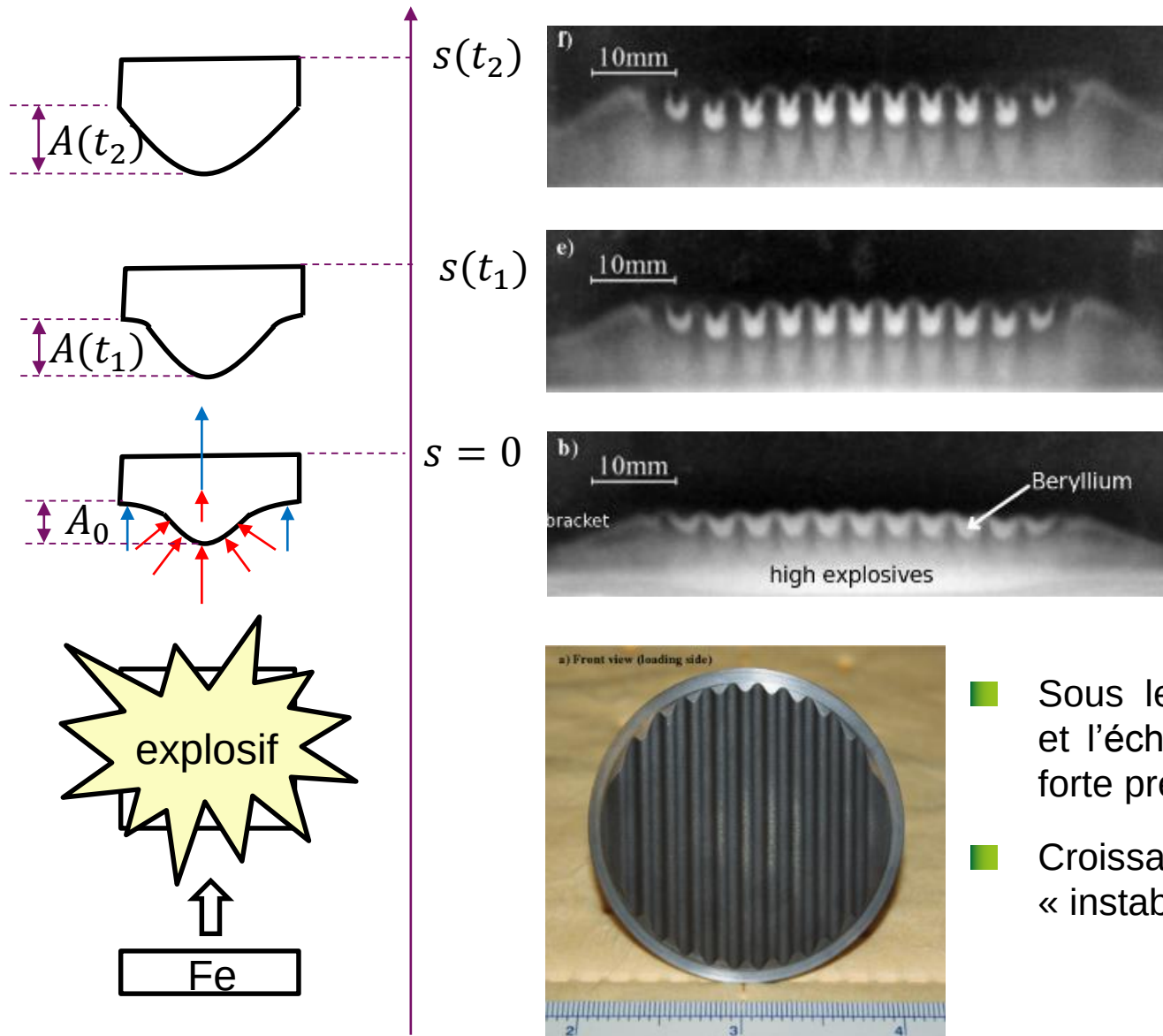


- Détermination des paramètres en tenant compte des incertitudes liées au traitement (hypothèses posées, extrapolation, ...)
 - Obtention d'un point d'initialisation

- Comparaison à la littérature et encadrement des paramètres
 - Cas borné
 - Problème : plusieurs jeux de paramètres fournissent des écarts non significatifs à faible déformation et faible vitesse mais divergent fortement dans le domaine non observable
 - Besoin de données supplémentaires pour choisir : Rayleigh-Taylor (IRT)

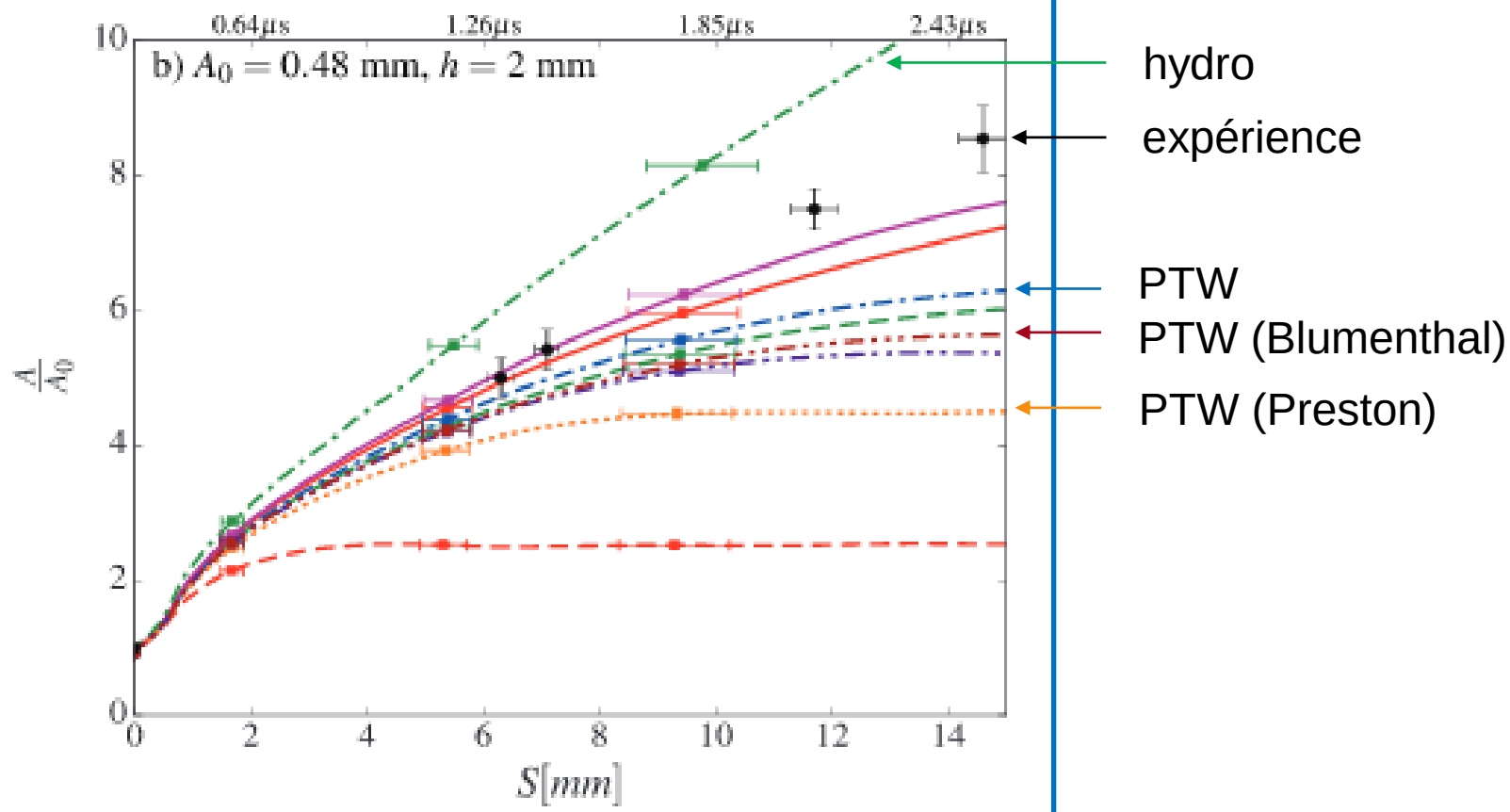
- Utilisation d'un résultat d'expérience plus complexe pour contraindre l'extrapolation
 - Optimisation (=minimisation d'erreur) sous contrainte d'égalité

INSTABILITES DE RAYLEIGH-TAYLOR : DISPOSITIF



- Sous le choc, l'explosif détonne et l'échantillon est soumis à une forte pression (sans être choqué)
- Croissance du défaut : « instabilité »

RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX



Reformulation du problème : trouver un jeu de paramètres qui fitte l'expérience aux petites déformations, mais qui diminue la contrainte d'écoulement sur la fin du chemin thermodynamique pour « remonter » les PTW

- Traitement de la partie déviatorique du tenseur des contraintes implémenté
 - Pour (loi de comportement, loi de fusion, équation d'état) donné, simulation d'un essai quasistatique ou dynamique dans les conditions de T et $\dot{\epsilon}$ souhaitées
 - Suivi du chemin thermodynamique d'un échantillon

- Développement en cours de la partie amont
 - Gestion d'une base de données
 - Assistance de l'utilisateur dans la détermination d'un jeu de paramètres PTW
 - Optimisation contrainte autour de ce point

CONTENTS

1. Introduction

2. Quelques notions de mécanique

Qu'est-ce qu'une loi de comportement?

Parties sphérique et déviatorique de $\underline{\underline{\sigma}}$

Contrainte scalaire

3. Traitement des données expérimentales

Courbe contrainte-déformation

Influence de T et $\dot{\epsilon}$

Base de données vs informations à extrapoler

4. Calage d'un modèle élastoplastique

Modèle de Preston Tonks Wallace

Méthodologie

Instabilités de Rayleigh Taylor

CaLiXt



5. Conclusion

- Données expérimentales insuffisantes pour couvrir le domaine que l'on veut maîtriser
 - Modèle élastoplastique PTW permet d'être prédictif s'il est bien ajusté
 - Il n'y a pas UN bon jeu de paramètres : l'outil de calibration va de pair avec l'évaluation de biais
- ⇒ Tout ne peut pas être automatisé : il faut faire des choix dans le traitement des données

MERCI DE VOTRE ATTENTION !

DES QUESTIONS ?

PRESTON TONKS WALLACE MODEL (PTW)

$$\tau = \tau_s + \frac{1}{p} \cdot (s_0 - \tau_y) \cdot \ln \left(1 - \left[1 - \exp \left(-p \frac{\tau_s - \tau_y}{s_0 - \tau_y} \right) \right] \cdot \exp \left(-\frac{p\theta\varepsilon}{(s_0 - \tau_y) \left[\exp \left(p \frac{\tau_s - \tau_y}{s_0 - \tau_y} \right) - 1 \right]} \right) \right)$$

$$\text{où} \begin{cases} \tau_s = \begin{cases} s_0 - (s_0 - s_\infty) \cdot \operatorname{erf} \left(\frac{T}{\tau_G} \cdot \frac{T_{fus0}}{T_{fus}} \cdot \ln \left(\frac{\gamma \dot{\xi}}{\dot{\varepsilon}} \right) \right) \\ s_0 \left(\frac{\gamma \dot{\xi}}{\dot{\varepsilon}} \right)^\beta \text{ en trainage visqueux} \end{cases} \\ \tau_y = \begin{cases} y_0 - (y_0 - y_\infty) \cdot \operatorname{erf} \left(\frac{T}{\tau_G} \cdot \frac{T_{fus0}}{T_{fus}} \cdot \ln \left(\frac{\gamma \dot{\xi}}{\dot{\varepsilon}} \right) \right) \\ y_0 \left(\frac{\gamma \dot{\xi}}{\dot{\varepsilon}} \right)^{z_1} \text{ en trainage visqueux} \end{cases} \end{cases}$$

$$\tau = \frac{\sigma}{2G(T, P)}$$

$$G(T, P) = G_0 \left[1 + \left(\frac{G'_p}{G_0} \right) \frac{P}{\eta^{\frac{1}{3}}} + \left(\frac{G'_T}{G_0} \right) (T - 300) \right] \quad d'après Steinberg, Cochran, Guinan$$

- s_0 : contrainte de saturation ($\varepsilon \rightarrow \infty$) pour $T \rightarrow 0K$
- s_∞ : contrainte de saturation sur le palier athermique (essai quasi-statique à T suffisamment élevée)
- y_0 : limite d'élasticité ($\varepsilon \rightarrow 0$) pour $T \rightarrow 0K$
- y_∞ : limite d'élasticité sur le palier athermique
- θ : taux d'écrouissage initial : (pente de la courbe en $\varepsilon \sim 0$)
- γ : transition vers le trainage visqueux pour $\dot{\varepsilon} > \gamma \dot{\xi}$
- τ_G : terme d'ajustement quelque soit la loi de fusion
- p : constante du matériau (0 si structure cristallographique cubique centrée)
- β : loi puissance en trainage visqueux (saturation)
- z_1 : loi puissance en trainage visqueux (élasticité)